

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»  
(Новосибирский государственный университет, НГУ)  
**Структурное подразделение Новосибирского государственного университета –  
Специализированный учебно-научный центр Университета (СУНЦ НГУ)**  
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

СОГЛАСОВАНО Заместитель директора по УР  (Петровская О.В.) 23 ноября 2023 г.	УТВЕРЖДЕНО На заседании ученого совета СУНЦ НГУ Протокол № 48 от 23 ноября 2023 г.	УТВЕРЖДАЮ Директор СУНЦ НГУ  (Некрасова Л.А.) 23 ноября 2023 г.
---	--	--

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**курса внеурочной деятельности «Семинар по геометрии и топологии»**

Заведующий кафедрой математических наук  
Миронов Андрей Евгеньевич, д.ф.-м.н., чл.корр РАН



Новосибирск 2023

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Спецкурс рассчитан на учащихся 9-11 классов. Его цель — познакомить слушателей с языком современной геометрии, а также рассказать о некоторых красивых классических результатах.

Первый семестр посвящен топологии поверхностей. Мы дойдём до понятия фундаментальной группы и докажем теорему Брауэра о неподвижной точке: любое непрерывное отображение из диска в диск имеет хотя бы одну неподвижную точку. Второй семестр начнется с некоторых других приложений теории, которая будет изложена в первом семестре. Далее, на примере алгебраических кривых, будет показано, что объекты, рассматриваемые ранее действительно возникают на практике.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате освоения спецкурса обучающиеся получают представление о современной геометрии. На спецкурсе будут на примерах рассмотрены некоторые важные понятия. Учащиеся на семинаре будут по очереди делать небольшие доклады, поэтому они научатся правильно формулировать свои идеи и привыкнут к языку современной геометрии.

## СОДЕРЖАНИЕ СПЕЦКУРСА

**Непрерывность.** Введение. Понятие непрерывности. Теорема о промежуточном значении. Определение непрерывности по Коши и по Гейне. Решение задач с использованием теоремы о промежуточном значении.

**Замкнутые поверхности.** Топологические пространства. Топология на прямой и на плоскости. Гомеоморфизм. Простейшие топологические инварианты. Правильные многогранники и характеристика Эйлера. Ориентируемость. Топологическая классификация замкнутых поверхностей.

**Фундаментальная группа.** Путь. Гомотопность путей. Определение группы. Фундаментальная группа. Алгоритм вычисления фундаментальной группы. Теорема Брауэра.

**Приложения.** Накрытия. Формула Римана—Гурвица. Теорема о существовании и единственности треугольника с данными длинами биссектрис. Простейшие построения циркулем и линейкой. Теорема Безу. Основная теорема алгебры.

**Кривые второго порядка.** Формула пифагоровых троек. Рациональные точки на кривых второго порядка. Квадратичные вычеты. Теорема Лежандра. Проективная плоскость. Теорема Паскаля. Групповой закон на кривой второго порядка.

**Кубические кривые.** Гладкие кривые. Особые кривые. Рациональная параметризация. Бесконечный спуск Ферма. Групповой закон на кубической кривой. Кручение и ранг. Комплексные числа. Комплексная проективная плоскость.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количе ство часов	Воспитательный компонент
<b>Первый семестр</b>			
Раздел 1. Непрерывность			
1.1.	Введение. Предмет топологии. Понятие непрерывности. Теорема о промежуточном значении. Определение непрерывности по Коши и по Гейне.	4	Готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности
1.2	Решение задач с использованием теоремы о промежуточном значении.	2	
Итого по разделу		6	
Раздел 2. Замкнутые поверхности			
2.1.	Топологические пространства. Топология на прямой и на плоскости.	2	Эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений.
2.2.	Гомеоморфизм. Простейшие топологические инварианты.	2	
2.3	Правильные многогранники и характеристика Эйлера.	2	
2.3.	Ориентируемость. Топологическая классификация замкнутых поверхностей.	2	
Итого по разделу		8	
Раздел 3. Фундаментальная группа			
3.1.	Путь. Гомотопность путей.	2	Готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.
3.2.	Группа. Примеры групп. Фундаментальная группа.	2	

3.3.	Алгоритм вычисления фундаментальной группы. Теорема Брауэра.	2	
Итого по разделу		6	
Проведение консультаций, обсуждение задач, подготовка к сдаче зачета, проведение зачета		9	
<b>Итого за первый семестр</b>		<b>29</b>	
<b>Второй семестр</b>			
Раздел 4. Приложения.			
4.1.	Накрытия. Формула Римана—Гурвица.	2	Овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира
4.2.	Теорема о существовании и единственности треугольника с данными длинами биссектрис. Построение циркулем и линейкой.	2	
4.3.	Теорема Безу. Основная теорема алгебры.	2	
Итого по разделу		6	
Раздел 5. Кривые второго порядка			
5.1.	Формула пифагоровых троек. Рациональные точки на кривых второго порядка.	2	Готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями
5.2.	Квадратичные вычеты. Теорема Лежандра.	2	
5.3.	Проективная плоскость. Теорема Паскаля.	2	
5.4.	Групповой закон на кривой второго порядка.	2	
Итого по разделу		8	
Раздел 6. Кубические кривые			
6.1	Гладкие кривые. Особые кривые.	2	Развитие и поддержка одаренности обучающихся и

6.2	Рациональная параметризация. Бесконечный спуск Ферма.	2	обеспечение участия в олимпиадах и конкурсах
6.3.	Групповой закон на кубической кривой. Кручение и ранг.	2	
6.4.	Комплексные числа. Комплексная проективная плоскость.	3	
Итого по разделу		8	
<b>Итого за второй семестр</b>		<b>29</b>	
<b>Всего за год</b>		<b>58</b>	

Приложение 1.

### **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

1. В.Г. Болтянский, В. А. Ефремович. Наглядная топология. М.: Наука, 1982.
2. В. В. Прасолов. Наглядная топология. М.: МЦНМО, 1995.
3. В. В. Острик, М. А. Цфасман. Алгебраическая геометрия и теория чисел: рациональные и эллиптические кривые. М.: МЦНМО, 2001.
4. В. В. Прасолов, Ю. П. Соловьев. Эллиптические функции и алгебраические уравнения. М.: МЦНМО, 1997.